

ZALETY I WADY ZAJĘĆ E-LEARNINGOWYCH W NAUCZANIU MATEMATYKI

ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF E-LEARNING CLASSES IN THE TEACHING OF MATH

Ewa Łazuka

Politechnika Lubelska
Wydział Podstaw Techniki
Katedra Matematyki Stosowanej
ul. Nadbystrzycka 38
20-618 Lublin
e-mail: e.lazuka@pollub.pl

Paweł Właż

Politechnika Lubelska
Wydział Podstaw Techniki
Katedra Matematyki Stosowanej
ul. Nadbystrzycka 38
20-618 Lublin
e-mail: p.wlaz@pollub.pl

Abstract: The aim of this paper is to present the main ideas of e-learning and analyze the benefits and problems resulting from its use in the education process. Particular emphasis was put on the issue of the use of e-learning in the process of mathematical education. The considerations were illustrated by specific examples from the field of mathematics. The paper was enriched with the authors' observations and conclusions, which are the result of their personal experience in the use of distance teaching methods.

Keywords: e-learning, online education, math teaching.

Wprowadzenie

Nauczanie na odległość z wykorzystaniem sieci komputerowych i różnego rodzaju osobistych urządzeń komputerowych jest obecnie bardzo istotną częścią technik i systemów nauczania. Nie jest ono może tak wszechobecne jak prognozowali to niektórzy kilkanaście lat temu, jednak w wielu środowiskach e-learning osiągnął stabilną i ważną pozycję. Widać to zwłaszcza w szkolnictwie wyższym oraz w szkoleniach firmowych. Zapewne każdy, kto zastanawiał się nad tą tematyką, mógłby podać intuicyjną definicję e-learningu oraz kilka oczywistych zalet i wad tego rodzaju kształcenia. W artykule zawarto próbę uporządkowania tej wiedzy w oparciu o bibliografię i własne doświadczenia związane z nauczaniem przedmiotów matematycznych. Zajęcia z matematyki mają swoją specyfikę. Wiadomo, że nawet przy tradycyjnym kontakcie nauczyciel-uczeń znaczny odsetek uczniów boryka się ze zrozumieniem nawet zasadniczych pojęć, tym bardziej wydaje się uzasadnione zwrócenie uwagi na szczególne cechy e-learningu w nauczaniu matematyki.

Postulaty nauczania na odległość

Spośród licznych definicji e-learningu, które można spotkać we współczesnej literaturze, do najważniejszych należą:

- sposób przekazywania wiedzy oparty na mediach elektronicznych;
- kontrolowany proces kształcenia przy pomocy nośników elektronicznych;
- metoda nauczania z wykorzystaniem multimedialnych możliwości nowoczesnych technologii teleinformatycznych;
- system wspierania procesów nauczania (generowania, zdobywania, systematyzowania, przechowywania i udostępniania informacji) wraz z procedurami przekształcania informacji w wiedzę;
- nowoczesny, wykorzystujący technologię sposób przekazywania wiedzy, kontroli procesu kształcenia oraz pozyskiwania informacji zwrotnej o stopniu realizacji efektów kształcenia.

Przytoczone definicje, nie zawsze równoważne, mają pewne wspólne elementy. Wynika z nich, że e-learning to wszelkie działania wspierające proces kształcenia za

pomocą nowoczesnych technologii teleinformatycznych [6]. Określenie, zakres, cele i zadania e-learningu ewoluowały w czasie wraz z pojawianiem się nowych możliwości nowoczesnych technologii. Jednak ponadczasową cechą e-learningu jest jego wieloraka interdyscyplinarność [4]. Pod względem informatycznym dotyczy ona procesu przygotowania i prowadzenia zajęć, pod względem ekonomicznym – redukcji kosztów kształcenia, pod względem socjologicznym – sposobów przekazywania wiedzy, a pod względem pedagogicznym – skuteczności kształcenia.

Model edukacji, który znamy i stosujemy w szkolnictwie, począwszy od edukacji wczesnoszkolnej, a skończywszy na kształceniu akademickim, przyzwyczaił nas do uczenia się lub nauczania innych treści „na wszelki wypadek” (*just in case*). Model ten nie zawsze jest efektywny, gdyż zdobywana w ten sposób wiedza nie jest w pełni wykorzystywana. W związku z tym część uczniów i studentów uważa, że jest zmuszana do przyswajania kolejnych informacji w określonym czasie i w nadmiernej ilości, przez co nie angażuje się w naukę. Oczywiście wpływa to negatywnie na jakość kształcenia. E-learning jest propozycją metody rozwiązania takich problemów. Głównymi postulatami e-learningu są bowiem tzw. postulaty 3J:

- *just for me* – elastyczność treści, zakresu, tempa, intensywności, poziomu;
- *just in time* – elastyczność czasu i miejsca;
- *just enough* – uczenie się w odpowiednim, wystarczającym stopniu.

Postulaty 3J mają niewątpliwie znaczący wpływ na jakość i efektywność kształcenia, przede wszystkim na motywację osoby szkolonej, mobilność wiedzy, indywidualizację procesu kształcenia oraz rozwój kształcenia ustawicznego [2]. Są więc one bezspornymi zaletami e-learningu. Nauczyciele, uczniowie i studenci, kształtujący i kształceni dostrzegają dużo więcej zalet nauczania na odległość, równocześnie wskazując liczne jego wady.

Wady i zalety e-learningu

E-learning staje się coraz bardziej powszechny, doceniany i wykorzystywany na różnych szczeblach edukacji oraz w zakresie zdobywania nowych kompetencji w pracy zawodowej, gdyż ma on wiele niepodważalnych zalet [1, 3, 5]. Do najważniejszych należą:

- redukcja kosztów kształcenia wynikająca z braku wydatków na dojazdy, zakwaterowanie, wynajem sal itp.;
- eliminacja czynności przygotowawczych, oszczędność czasu przy realizacji kształcenia;
- łatwość modyfikacji, aktualizacji, rozbudowy treści i jej natychmiastowej dystrybucji;
- standaryzacja treści kształcenia;
- interaktywność kształcenia, aktywizacja pracy ucznia;
- możliwość prowadzenia wielu kursów jednocześnie;
- możliwość uczestniczenia w wielu kursach jednocześnie;
- możliwość sprawnego zarządzania informacjami i

materiałami;

- możliwość sprawnego monitorowania wyników;
- możliwość zautomatyzowania procesu sprawdzania wiedzy uczestników kursów;
- możliwość sprawnego generowania raportów dotyczących wyników kształcenia.

Jednocześnie e-learning ma swoje słabe strony. Są to m.in.:

- wysoki początkowy koszt wynikający z konieczności wdrożenia platformy e-learningowej oraz opracowania materiałów dydaktycznych;
- konieczność zaangażowania dużych zasobów: ludzkich, rzeczowych, kapitałowych, informacyjnych;
- problemy z wiarygodnością e-sprawdzianów;
- niejednokrotny stopień interakcji z uczestnikami kursów;
- częsty brak motywacji wewnętrznej i samodyscypliny uczących się;
- brak kompetencji informatycznych uczestników kursów, ale także prowadzących;
- bariery mentalne uczestników i prowadzących wynikające z niechęci do pracy przy komputerze, bez bezpośredniego kontaktu z innymi uczącymi się i prowadzącymi zajęcia;
- brak możliwości wpływania na zaangażowanie uczestników we wzajemne interakcje, szczególnie w zakresie kompetencji miękkich;
- bardzo duży odsetek uczestników rezygnujących z e-kursów.

A jak to jest w nauczaniu matematyki?

Próby wykorzystania metod e-learningowych w nauczaniu przedmiotów matematycznych oceniane są bardzo różnie. Wśród matematyków można znaleźć zarówno entuzjastów, jak i zagorzałych przeciwników wykorzystywania metod kształcenia na odległość w tej dziedzinie nauki. Przyczyną tak skrajnie różnych poglądów są prawdopodobnie różne doświadczenia prowadzących kursy e-learningowe, dotyczące jakości platformy e-learningowej, zakresu nauczanego materiału, a chyba przede wszystkim poziomu wiedzy odbiorców. Podobnie skrajne opinie wypowiadają uczestnicy kursów, których ocena zależy najczęściej od tych samych czynników. Matematyka to przecież królowa nauk, ale przede wszystkim nauka dla wielu trudna, wymagająca systematyczności i logicznego myślenia. Doświadczenia związane z nauczaniem matematyki metodami e-learningowymi pozwoliły autorom artykułu na wyciągnięcie nowych, interesujących wniosków, które nie zawsze można odnieść do ogólnego procesu kształcenia.

Do najważniejszych zalet e-learningu w nauczaniu matematyki zaliczyć można:

- możliwość zaprezentowania odpowiednio przygotowanych treści, w odpowiedniej ilości, bez presji czasu;
- możliwość przejrzystej ilustracji graficznej omawianych zagadnień;
- możliwość zaprezentowania niezbędnej liczby przykładów wraz z objaśnieniami;
- możliwość systematycznego sterowania procesem

uczenia poprzez zadania kontrolne;

- wystarczającą ilość czasu na przemyślenie i zrozumienie przekazywanych treści.

Główne wady e-learningu w nauczaniu matematyki to:

- możliwość zaprezentowania zbyt dużej ilości materiałów teoretycznych, co wpływa na zniechęcenie odbiorców;

- poważne problemy z wiarygodnością e-sprawdzianów, gdyż rozwiązanie zadania bardzo łatwo można przepisać od kolegi, a prowadzącemu bardzo trudno jest ocenić samodzielność autora;

- problemy ze zrozumieniem zagadnień trudnych, niepowtarzalnych, wymagających kreatywności i myślenia;

- czasochłonność przy wyjaśnianiu błędów w zadaniach kontrolnych.

Autorzy artykułu, starając się udoskonalać proces nauczania przedmiotów matematycznych w systemie e-learningowym, przeprowadzili wśród swoich studentów anonimowe badanie ankietowe mające na celu pozyskanie informacji na temat oceny jakości różnych form przekazywania i weryfikowania wiedzy oraz ich przydatności w procesie zdobywania wiedzy. W wyniku badania ankietowego przeprowadzonego na grupie 143 studentów otrzymano następujące wyniki (w skali od 0 do 10, przy czym 0 – ocena najniższa, 10 – ocena najwyższa) przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1. Ocena jakości i przydatności różnych form przekazywania i weryfikowania wiedzy.

forma przekazywania i weryfikowania wiedzy	ocena jakości	ocena przydatności
wykłady – skrypty	9,4	5,9
wykłady – prezentacje	9,6	5,8
przykłady rozwiązanych zadań	8,4	9,8
webinaria	7,3	10,0
forum do przedmiotu	8,1	8,7
pytania utrwalające	8,1	6,7
ćwiczenia kontrolne	9,2	9,6

Źródło: opracowanie własne

Oceny studentów, chociaż trochę zaskakujące, dają się łatwo zinterpretować. Teoretyczne formy przekazywania wiedzy są oceniane wysoko za jakość ich przygotowania, ale już zdecydowanie niżej za przydatność w procesie przyswajania wiedzy. Studenci zdecydowanie wybierają formy gorsze jakościowo, jak np. przykłady rozwiązanych zadań czy webinaria, które jednak dostarczają wiedzy praktycznej, zawierają komentarze, wyjaśnienia i wskazówki. Słowem: zastępują bezpośredni kontakt z nauczycielem.

Jak więc nauczać matematyki na odległość, by wykorzystać zalety e-learningu minimalizując jego wady, przy jednoczesnym zachowaniu zasad swego rodzaju ekonomii związanej z kosztami i czasem potrzebnym do przygotowania materiałów i prowadzenia kursów? W opinii autorów przy przedmiotach matematycznych bądź mocno zmatematyzowanych, takich jak analiza, algebra, rachunek prawdopodobieństwa, statystyka czy ekonometria, sprawdzają się następujące sugestie:

- udostępnianie materiału teoretycznego w formie skróconej, ze szczegółowością odpowiadającą slajdom tradycyjnego wykładu;

- w miarę potrzeb i możliwości uzupełnianie szczegółów, których wykładowi teoretycznemu być może brakuje, poprzez wykład w postaci webinarium lub literaturę przeznaczoną do samodzielnego studiowania;

- wspomaganie rozwoju praktycznych kompetencji poprzez publikowanie rozwiązanych przykładów ze starannie wyważonymi proporcjami pomiędzy

rachunkami i teoretycznymi objaśnieniami;

- utrwalanie wiedzy i umiejętności oraz kontrolowanie prawidłowości procesu nauczania przy pomocy systematycznych poleceń wymagających samodzielnego wykonania i zakończonych zindywidualizowaną informacją zwrotną.

Warto przy tym dodać, że doświadczenia autorów dotyczą studiów wspomaganych internetowo, gdzie znaczna część zajęć musiała się odbyć w siedzibie uczelni, przy bezpośrednim udziale prowadzącego.

Przykłady

Jak napisano powyżej, jedną z wad e-learningu w nauczaniu matematyki jest dość naturalna skłonność nauczycieli do przekazywania nadmiernej ilości materiału teoretycznego. Ponadto podkreślona została waga publikowania rozwiązań przykładów, które nadają się do samodzielnego przyswojenia przez studentów, z właściwą ilością objaśnień. W niniejszym podrozdziale zaprezentujemy kilka przykładów konkretnych zadań, zagadnień i rozwiązań, które mają pożądane cechy.

Przykład 1. Przykład z zakresu analizy matematycznej.

Oblicz granicę ciągu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-3} \right)^n$.

Rozwiązanie:

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-3} \right)^n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{n+2}{n-3} - \frac{n-3}{n-3} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{n+2-(n-3)}{n-3} \right)^n = \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{n-3} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{n-3}{5}} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{n-3}{5}} \right)^{\frac{n-3}{5} \cdot \frac{5}{n-3} n} = \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{n-3}{5}} \right)^{\frac{n-3}{5}} \right]^{\frac{5n}{n-3}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{n-3}} = e^5,
 \end{aligned}$$

ponieważ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{n-3} = 5$ oraz $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$

Przykład 2. Przykład dotyczy algebry liczb zespolonych. Zapisz liczbę $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ w postaci trygonometrycznej, a następnie oblicz $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{13}$.

Rozwiązanie:

$$|z| = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$

$$\cos \varphi = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin \varphi = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Zatem $\varphi = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}\pi$.

Liczbę z można więc zapisać następująco w postaci trygonometrycznej jako

$$z = 1 \left(\cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right).$$

Na podstawie twierdzenia de Moivre'a mamy teraz

$$\begin{aligned}
 z^{13} &= \left(1 \left(\cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right) \right)^{13} = 1^{13} \left(\cos \left(13 \cdot \frac{3}{4}\pi \right) + i \sin \left(13 \cdot \frac{3}{4}\pi \right) \right) = \\
 &= 1 \left(\cos \frac{39}{4}\pi + i \sin \frac{39}{4}\pi \right) = \cos \left(9\pi + \frac{3}{4}\pi \right) + i \sin \left(9\pi + \frac{3}{4}\pi \right) = \\
 &= \cos \left(\pi + \frac{3}{4}\pi \right) + i \sin \left(\pi + \frac{3}{4}\pi \right) = \cos \frac{7}{4}\pi + i \sin \frac{7}{4}\pi = \\
 &= \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}.
 \end{aligned}$$

$$\text{Zatem } \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{13} = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Przykład 3. Przykład dotyczy statystyki opisowej. Zmierzone średnice 34 jabłek wylosowanych ze zbioru pochodzącego z jednorodnego sadu. Otrzymano następujące wyniki (w centymetrach):

10; 8,4; 12; 14,4; 7,2; 7,6; 11,4; 10,6; 12,4; 9,8; 10,8; 8,2; 10,6; 13; 10,6; 10,6; 12; 10,4; 12,6; 11,6; 10,4; 8; 10,6; 8,2; 12,4; 10; 10,6; 9,2; 12,8; 11; 12,4; 11,8; 10,4; 9,6.

Utwórz szereg rozdzielczy przedziałowy przyjmując jako lewy koniec pierwszej klasy 7,1 oraz 1,4 jako szerokość przedziałów szeregu. Korzystając z otrzymanego szeregu rozdzielczego oblicz średnią, wariancję, odchylenie standardowe, modę, medianę, współczynnik asymetrii, kurtozę oraz narysuj histogram.

Rozwiązanie:

Dane sortujemy, uzyskując ciąg liczb:

7,2; 7,6; 8; 8,2; 8,2; 8,4; 9,2; 9,6; 9,8; 10; 10; 10,4; 10,4;

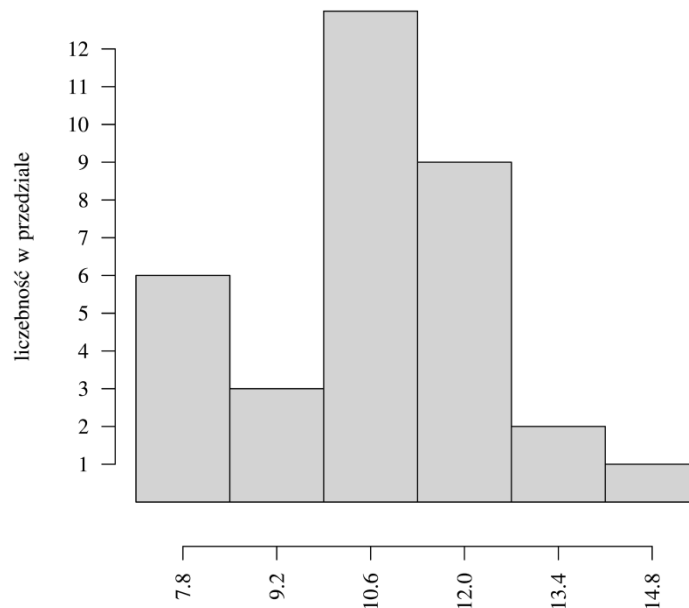
10,4; 10,6; 10,6; 10,6; 10,6; 10,6; 10,6; 10,8; 11; 11,4; 11,6; 11,8; 12; 12; 12,4; 12,4; 12,4; 12,6; 12,8; 13; 14,4. Następnie, korzystając z zasugerowanych granic klas szeregu rozdzielczego, dokonujemy pogrupowania danych w tabeli 2.

Tabela 2. Pogrupowane dane z przykładu 3.

przedział	środek	liczebność
(7,1; 8,5]	7,8	6
(8,5; 9,9]	9,2	3
(9,9; 11,3]	10,6	13
(11,3; 12,7]	12,0	9
(12,7; 14,1]	13,4	2
(14,1; 15,5]	14,8	1

Źródło: opracowanie własne

Jeszcze lepszą ilustrację pogrupowanych danych prezentuje histogram (rys. 1).



Rys. 1. Histogram dla danych z przykładu 3

Teraz na podstawie tego szeregu obliczamy średnią, to znaczy

$$\bar{x} = (6 \cdot 7,8 + 3 \cdot 9,2 + 13 \cdot 10,6 + 9 \cdot 12 + 2 \cdot 13,4 + 1 \cdot 14,8) / 34 \approx 10,6412.$$

Podobnie obliczamy wariancję:

$$s^2 = (6 \cdot 7,8^2 + 3 \cdot 9,2^2 + 13 \cdot 10,6^2 + 9 \cdot 12^2 + 2 \cdot 13,4^2 + 1 \cdot 14,8^2) / 34 - \bar{x}^2 \approx 3,0536.$$

Następnie odchylenie standardowe:

$$s = \sqrt{s^2} \approx 1,74745.$$

Najwięcej elementów znajduje się w przedziale nr 3, zatem moda obliczona na podstawie szeregu rozdzielczego to

$$Mo = 9,9 + \frac{13 - 3}{2 \cdot 13 - 3 - 9} \cdot 1,4 \approx 10,9.$$

Przedział z medianą to także przedział nr 3. Zatem

$$Me = 9,9 + (34/2 - 9) / 13 \cdot 1,4 \approx 10,7615.$$

Teraz na podstawie szeregu rozdzielczego obliczamy trzeci moment centralny

$$\mu_3 = (6 \cdot (7,8 - \bar{x})^3 + 3 \cdot (9,2 - \bar{x})^3 + \dots + 1 \cdot (14,8 - \bar{x})^3) / 34 \approx -0,296573,$$

a następnie współczynnik asymetrii

$$g_1 = \frac{\mu_3}{s^3} = -0,0555794.$$

Analogicznie, na podstawie szeregu rozdzielczego obliczamy czwarty moment centralny

$$\mu_4 = (6 \cdot (7,8 - \bar{x})^4 + 3 \cdot (9,2 - \bar{x})^4 + \dots + 1 \cdot (14,8 - \bar{x})^4) / 34 \approx 24,9882,$$

a następnie kurtozę

$$K = \frac{\mu_4}{s^4} = 2,67985.$$

Przykład 4. Przykład dotyczy rachunku prawdopodobieństwa.

Oszacuj (korzystając z centralnego twierdzenia granicznego) prawdopodobieństwo wypadnięcia mniej niż 30 szóstek w 150 rzutach prawidłową kostką sześcienną.

Rozwiązanie:

Niech X oznacza liczbę szóstek, jaka wypadnie w 150 rzutach. Z własności rozkładu dwumianowego (przyjmu-

jąc $n = 150$ oraz $p = 0,166667$) otrzymujemy $EX = np = 25$ oraz

$$DX = \sqrt{150 \cdot 0,166667 \cdot 0,833333} = \sqrt{20,8333} = 4,56435.$$

Rozkład dwumianowy można dla dużych wartości n aproksymować rozkładem normalnym, zatem X ma w przybliżeniu rozkład normalny

$$N(25; 4,56435),$$

więc

$$P(X < 30) = P(X < 29,5) = P\left(\frac{X - 25}{4,56435} < \frac{29,5 - 25}{4,56435}\right) \approx \Phi\left(\frac{29,5 - 25}{4,56435}\right) = \Phi(0,985901) \approx 0,8389.$$

Dodatkowa informacja: obliczenia dokładne prowadzone z użyciem rozkładu dwumianowego (w tym wypadku trzeba sumować 30 wyrazów z uciążliwymi potęgami i symbolami Newtona) dałyby wynik 0,838278.

Podsumowanie

W pracy omówiono pojęcia związane z e-learningiem oraz wady i zalety e-learningu, koncentrując się zwłaszcza na nauczaniu przedmiotów matematycznych. Aby przybliżyć stopień szczegółowości prezentacji

rozwiązań przedstawionych do samodzielnej analizy studentom, zaprezentowane zostały konkretne przykłady. Doświadczenia autorów można podsumować kilkoma radami dla osób podejmujących się praktycznego prowadzenia kursów nauczania na odległość. Należy:

- dbać o staranny dobór uczestników kursu;
- poinformować uczestników o możliwościach i ograniczeniach platformy e-learningowej oraz kształcenia przy jej pomocy;
- dbać o właściwe zaprezentowanie i rozplanowanie materiału teoretycznego;
- dbać o właściwy dobór zadań z przykładowymi rozwiązaniami;
- zwiększyć liczbę godzin wymagających interakcji uczestników i bezpośredniego kontaktu z nauczycielem;
- traktować e-learning jako wsparcie, a nie zamiennik kształcenia tradycyjnego.

Bibliografia

1. Clarke, A., E-learning nauka na odległość, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2007.
2. Hyla, M., Przewodnik po e-learningu, Wolters Kluwer, Warszawa, 2016.
3. Mokwa-Tarnowska, I., E-learning i blended learning w nauczaniu akademickim, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2015.
4. Penkowska, G., Meandry e-learningu, Difin, Warszawa 2010.
5. Plebańska, M., Kuna, I., E-learning treści, narzędzia, praktyka, Almamater Szkoła Wyższa, Warszawa, 2011.
6. Stecyk, A., *Abc eLearningu. System LAMS*, Difin, Warszawa, 2008.