General and Professional Education
2/2018 pp. 10-13
ISSN 2084-1469
DOI: 10.26325/genpr.2018.2.2

ОПТИМИЗАЦИЯ РАДИУСОВ КОНТАКТОВ СОСТАВНЫХ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ В БЛОК-МАТРИЦАХ АППАРАТОВ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

OPTIMIZATION OF THE CONTACT RADII OF COMPOUND THICK-WALLED CYLINDERS IN THE BLOCK MATRICES OF HIGH-PRESSURE APPARATUSES

Alexander I. Dudyak
Viktoria M. Khvasko
Białoruski Narodowy Uniwersytet Techniczny
al. Niezależności 65
220127 Mińsk, Białoruś
Andrzej Jakubowski
Akademia Morska w Szczecinie
Zakład Mechaniki Technicznej
Wały Chrobrego 1-2
70-506 Szczecin, Polska
e-mail: a.jakubowski@am.szczecin.pl

Abstract: The block-matrix construction of the high-pressure apparatus consisting of three rings pressed into each other with a radial tension was analyzed. The conditions of equal strength were proposed to determine the contact radii of compound cylinders in order to create the maximum pressure on the matrix lateral surface. Therefore the load-carrying capacity of the whole composite construction is increased. Also, the proposed method can be used to calculate a multilayer block of *n* steel cylinders pressed into each other.

Keywords: Contact radii, compound multilayer thick-walled cylinder, block-matrix, high-pressure apparatus.

Введение

Наиболее нагруженной частью аппарата высокого давления являются матрицы, которые находятся в условиях всестороннего неравномерного сжатия. Известно, что при проведении испытаний на растяжение или сжатие и одновременном воздействии на образцы всестороннего гидростатического давления в 2,6 ГПа пределы прочности на растяжение для твердых сплавов марок ВК6 – ВК8 увеличиваются более чем в пять раз, а пределы прочности на сжатие – более чем в два раза [1].

Так как матрицы аппаратов высокого давления изготавливаются из твердого сплава марки ВК6, то с целью получения в них условий всестороннего сжатия необходимо создать как можно большее контактное давление по их боковой поверхности. Этого можно добиться за счет запрессовки матриц в блок стальных колец, а также за счет деформации этих матриц в радиальном направлении в процессе их нагружения. Такая конструкция позволяет значительно увеличить срок службы аппаратов высокого давления [2].

Оптимизация

Ранее аналитическим путем было получено соотношение для определения оптимального радиуса контакта соприкасающихся поверхностей двухслойного толстостенного цилиндра, при котором внутреннее давление достигает своего максимального значения, при этом наружный и внутренний цилиндры работают в условиях равнопрочности [3]:

$$r_c = \sqrt{r_1 r_2}, \tag{1}$$

где:

r_c – наружный радиус внутреннего цилиндра и внутренний радиус наружного цилиндра (радиус контакта);

r_1 – внутренний радиус внутреннего ци-линдра;

r_2 – наружный радиус наружного цилиндра.

Давление, возникающее в зоне контакта цилиндров после их запрессовки друг в друга (P_c),определяется следующим выражением [3]:

$$P_c = \frac{\sigma_{пц}\left(r_2^2 - r_c^2\right)}{2r_2^2}. \qquad (2)$$

где:

$\sigma_{пц}$ – предел пропорциональности для материала цилиндров.

Максимально возможное давление на внутреннюю поверхность составного цилиндра (P_1) можно найти из равенства:

$$P_1 = \frac{\sigma_{пц}\left(r_c^2 - r_1^2\right) + 2P_c r_c^2}{2r_c^2}. \qquad (3)$$

Для синтеза порошков искусственных алмазов, как правило, применяются аппараты высокого давления, в которых матрицы запрессовываются в блок из трех стальных цилиндров.

Принимая за известные величины внутреннего радиуса внутреннего цилиндра и наружного радиуса наружного цилиндра, получим выражения для определения оптимальных размеров контактов трехслойного составного цилиндра, приведенного на рис. 1.

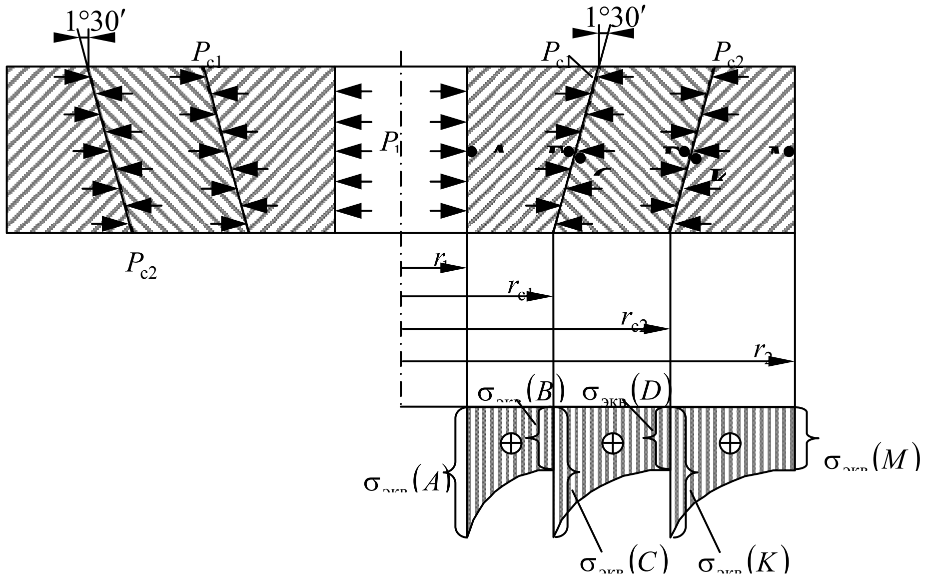

Рис. 1. Осевой разрез трехслойного толстостенного цилиндра и распределение эквивалентных напряжений по толщине стенок отдельных цилиндров.

Пусть r_1 и r_{c1} – соответственно внутренний и наружный радиусы внутреннего цилиндра; r_{c1} и r_{c2} – внутренний и наружный радиусы среднего цилиндра; r_{c2} и r_2 – внутренний и наружный радиусы наружного цилиндра. После запрессовки цилиндров друг в друга и возникновения контактных давлений P_{c1} и P_{c2} в зоне сопряжения цилиндров, создается некоторое внутреннее давление P_1 (рис. 1).

В соответствии с ранее полученными результатами исследований, следует предположить, что условия равнопрочности составляющих цилиндров можно представить в виде:

$$\sigma_{экв}(A) = \sigma_{экв}(C) = \sigma_{экв}(K) \le \sigma_{пц}, \qquad (4)$$

$$\sigma_{экв}(B) = \sigma_{экв}(D) = \sigma_{экв}(M). \qquad (5)$$

Используя известные формулы для определения радиальных и окружных напряжений [4]:

$$\begin{cases} \sigma_r = \dfrac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \dfrac{\left(P_1 - P_2\right)\cdot r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\cdot\dfrac{1}{r^2}, \\ \sigma_t = \dfrac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \dfrac{\left(P_1 - P_2\right)\cdot r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\cdot\dfrac{1}{r^2}, \end{cases} \qquad (6)$$

где:

σ_r и σ_t – соответственно радиальные и окружные напряжения рассматриваемого цилиндра;

P_1 и P_2 – соответственно давление на внутреннюю и наружную поверхность цилиндра;

r_1 и r_2 – соответственно внутренний и наружный радиусы цилиндра;

r – координата точки, в которой определяют напряжение;

а также третью теорию прочности для определения эквивалентных напряжений [4]:

$$\sigma_{экв} = \sigma_1 - \sigma_3 \le \sigma_{пц}, \qquad (7)$$

где:

$\sigma_{экв}$ – эквивалентные напряжения;

σ_1, σ_3 – главные напряжения ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$).

В характерных зонах отдельных цилиндров трехслойного блока, получим следующие выражения:

$$\sigma_{\text{экв}}(A)=\frac{2(P_1-P_{\text{c}1})\cdot r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}1}^2-r_1^2}\le\sigma_{\text{пц}}, \quad (8)$$

$$\sigma_{\text{экв}}(B)=\frac{2(P_1-P_{\text{c}1})\cdot r_1^2}{r_{\text{c}1}^2-r_1^2}, \quad (9)$$

$$\sigma_{\text{экв}}(C)=\frac{2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}2}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\le\sigma_{\text{пц}}, \quad (10)$$

$$\sigma_{\text{экв}}(D)=\frac{2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}, \quad (11)$$

$$\sigma_{\text{экв}}(K)=\frac{2P_{\text{c}2}r_2^2}{r_2^2-r_{\text{c}2}^2}\le\sigma_{\text{пц}}, \quad (12)$$

$$\sigma_{\text{экв}}(M)=\frac{2P_{\text{c}2}r_{\text{c}2}^2}{r_2^2-r_{\text{c}2}^2}. \quad (13)$$

В соответствии с равенством (5) имеем, что $\sigma_{\text{экв}}(D)=\sigma_{\text{экв}}(M)$. Воспользовавшись этим условием и выражениями (11) и (13), получим:

$$\frac{2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}=\frac{2P_{\text{c}2}r_{\text{c}2}^2}{r_2^2-r_{\text{c}2}^2}. \quad (14)$$

Из соотношения (14) легко определить значение $P_{\text{c}2}$, которое представим в следующем виде:

$$P_{\text{c}2}=\frac{(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\cdot\frac{r_2^2-r_{\text{c}2}^2}{r_{\text{c}2}^2}. \quad (15)$$

Подставим величину (15) в выражение (12):

$$\sigma_{\text{экв}}(K)=\frac{(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\cdot\frac{r_2^2-r_{\text{c}2}^2}{r_{\text{c}2}^2}\cdot\frac{2r_2^2}{r_2^2-r_{\text{c}2}^2}\le\sigma_{\text{пц}}. \quad (16)$$

Или окончательно имеем:

$$\sigma_{\text{экв}}(K)=\frac{2r_2^2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\cdot\frac{r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2}\le\sigma_{\text{пц}}. \quad (17)$$

Так как левые части соотношений (10) и (17) равны, то приравняем между собой и правые части этих соотношений:

$$\frac{2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}2}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}=\frac{2r_2^2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\cdot\frac{r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2}. \quad (18)$$

После ряда математических преобразований из уравнения (18) легко можно получить равенство:

$$r_{\text{c}2}^4=r_{\text{c}1}^2\cdot r_2^2. \quad (19)$$

Из условия равнопрочности цилиндров (5) следует, что $\sigma_{\text{экв}}(B)=\sigma_{\text{экв}}(D)$. Поэтому используя выражения (9) и (11), имеем:

$$\frac{2(P_1-P_{\text{c}1})\cdot r_1^2}{r_{\text{c}1}^2-r_1^2}=\frac{2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}. \quad (20)$$

Из уравнения (20) следует:

$$P_1-P_{\text{c}1}=\frac{(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\cdot\frac{r_{\text{c}1}^2-r_1^2}{r_1^2}. \quad (21)$$

Подставив полученное значение из выражения (21) в соотношение (8), получим следующую формулу для определения эквивалентных напряжений:

$$\sigma_{\text{экв}}(A)=\frac{2r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}1}^2-r_1^2}\cdot\frac{(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\cdot\frac{r_{\text{c}1}^2-r_1^2}{r_1^2}\le\sigma_{\text{пц}}. \quad (22)$$

После ряда упрощений формула (22) будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{экв}}(A)=\frac{2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^4}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\cdot\frac{1}{r_1^2}\le\sigma_{\text{пц}}. \quad (23)$$

На основании условия (4), сравнивая между собой полученное выражение (23) и соотношение (10), будем иметь:

$$\frac{2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{к}2}^2}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}=\frac{2(P_{\text{c}1}-P_{\text{c}2})\cdot r_{\text{c}1}^4}{r_{\text{c}2}^2-r_{\text{c}1}^2}\cdot\frac{1}{r_1^2}. \quad (24)$$

После преобразований выражения (24) окончательно получим равенство:

$$r_{\text{c}1}^4=r_1^2\cdot r_{\text{c}2}^2. \quad (25)$$

Из уравнения (25) следует:

$$r_{\text{c}1}^2=r_1\cdot r_{\text{c}2}. \quad (26)$$

Подставив величину (26) в соотношение (19), получим:

$$r_{\text{c}2}^4=r_1\cdot r_{\text{c}2}\cdot r_2^2. \quad (27)$$

Решая уравнение (27) относительно неизвестного радиуса $r_{\text{c}2}$, получим зависимость, связывающую величину $r_{\text{c}2}$ с известными значениями радиусов r_1 и r_2, которая будет иметь вид:

$$r_{\text{c}2}=\sqrt[3]{r_1\cdot r_2^2}. \quad (28)$$

Тогда согласно выражению (26) получим следующую искомую величину – радиус $r_{\text{c}1}$, выражение для которого можно представить в виде:

$$r_{\text{c}1}=\sqrt{r_1\cdot r_{\text{c}2}}. \quad (29)$$

По аналогичной методике можно проводить расчеты для толстостенных цилиндров, состоящих из *n* колец. Если толстостенный цилиндр составлен из четырех колец, где радиусы контактов выражаются соответственно через величины $r_{\text{c}1}$, $r_{\text{c}2}$, $r_{\text{c}3}$, то для определения оптимальных значений этих величин получим следующие соотношения:

$$r_{\text{c}3}=\sqrt[4]{r_1\cdot r_2^3},\ r_{\text{c}2}=\sqrt[3]{r_1\cdot r_{\text{c}3}^2},\ r_{\text{c}1}=\sqrt{r_1\cdot r_{\text{c}2}}. \quad (30)$$

Если составной цилиндр выполнен из *n* колец, запрессованных друг в друга, то выражения для определения оптимальных размеров колец можно представить в виде:

$$r_{\text{c}_n}=\sqrt[n+1]{r_1\cdot r_2^n},\ r_{\text{c}_{n-1}}=\sqrt[n]{r_1\cdot r_{\text{c}_n}^{n-1}},\ r_{\text{c}_{n-2}}=\sqrt[n-1]{r_1\cdot r_{\text{c}_{n-1}}^{n-2}}. \quad (31)$$

Заключение

На основании условий равнопрочности толстостенного цилиндра, состоящего из запрессованных друг в друга с радиальным натягом трех колец, определены радиусы контактов колец. Соблюдение предложенных условий дает возможность создать максимальное давление на боковую поверхность составной конструкции блок-матрицы аппарата высокого давления, что позволяет увеличить несущую способность матрицы. Данная методика может применяться также для расчета *n*-слойных стальных блоков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pisarenko, G.S., Soprotivleniye materialov, Vysshaya shkola, Kiyev, 1979.
2. Feodos'yev, V.I., Soprotivleniye materialov, MGTU, Moskva, 1999.
3. Dudyak, A.I., Khvas'ko, V.M., Opredeleniye ratsional'nykh razmerov sostavnykh tolstostennykh tsilindrov pri ikh kontaktnom vzaimodeystvii drug s drugom, *Teoreticheskaya i prikladnaya mekhanika*, 31, 2016, s. 261-265.
4. Podskrebko, M.D., Soprotivleniye materialov, Vysshaya shkola, Minsk, 2007.